

抄読会

Cox比例ハザードモデルのマルチンゲール理論に基づく正当化

博士課程3年 小山田隼佑

概要

臨床研究において、「基準の時刻から、興味のある事象(イベント)が起きるまでの時間(=生存時間)」を対象とする解析手法の総称を生存時間解析(Survival analysis)という¹⁾。生存時間データに対する回帰モデルとして頻用されるCox比例ハザードモデル(Cox proportional hazard model)²⁾では、「全体の尤度」から「時点に関する尤度」を除いた「部分尤度(partial likelihood)」を最大化することで、回帰係数を近似的に推定する。

Coxは、「部分尤度を最大にすることで得られた回帰係数の推定量は、(全体の尤度を利用した)通常最尤推定量のように、良い性質(n を大きくすると真の値に収束、正規分布で近似可能、etc.)を持つのではないかと予想した。その予想(直観)は数学的に正しかったことが、(Andersen and Gill, 1982)³⁾によって証明されている。(Andersen and Gill, 1982)での議論では、生存時間データを計数過程(Counting process)として捉え、計数過程が劣マルチンゲール(submartingale)であることを利用して、マルチンゲール理論における最も基本的な定理であるドゥーブ-メイヤー分解(Doob-Meyer decomposition)を適用可能であることが本質的である。

本発表では、主に(Andersen and Gill, 1982)を基にして、Cox比例ハザードモデルの枠組み全般と回帰係数 β の性質(一致性、漸近正規性)に、マルチンゲール理論に基づく正当化を与えるための(数学的な)道具について紹介する。

参考文献

- 1) 大橋靖雄, 浜田知久馬. 生存時間解析—SASによる生物統計. 東京大学出版会, 1995.
- 2) Cox DR. Regression models and life-tables. J. R. Statist. Soc. B, 1972.
- 3) Andersen PK, Gill RD. Cox's regression model counting process: A large sample study. Ann. Statist., 1982.